Government of Canada | Gouvernement du Canada

Canadian Forestry Service | Service canadien des forêts

Tree and bole standard volume tables for yellow birch (*Betula alleghaniensis*, Britton) and American beech (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) for the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region, Quebec

S. Popovich

Information Report LAU-X-66E

Laurentian Forest Research Centre

86-03182/

CENTRE DE RECHERCHES FORESTIÈRES DES LAURENTIDES

Le Centre de recherches forestières des Laurentides (CRFL) est un des six établissements régionaux du Service canadien des forêts (SCF). Le Centre poursuit des travaux de recherche et de développement pour un aménagement et une utilisation plus rationnels des ressources forestières du Québec. En collaboration avec divers groupes et organismes québécois, les chercheurs du CRFL visent à solutionner les problèmes majeurs en foresterie au Québec et à développer des méthodes acceptables pour l'amélioration et la sauvegarde de l'environnement forestier.

Au Québec, les activités du SCF portent sur trois éléments majeurs: la recherche dans le domaine des ressources forestières, la recherche dans le domaine de la protection et enfin, le développement forestier. La plupart des travaux sont entrepris pour répondre aux besoins des organismes intéressés à l'aménagement forestier, surtout dans le but d'améliorer la protection, la croissance et la qualité de la ressource forestière de la région. L'information est diffusée sous forme de rapports scientifiques, de feuillets techniques ou autres publications dans le but d'atteindre toutes les catégories d'utilisateurs des résultats de recherche.

LAURENTIAN FOREST RESEARCH CENTRE

The Laurentian Forest Research Centre (LFRC) is one of six regional establishments of the Canadian Forestry Service (CFS). The Centre's objective is to promote, through research and development, the most efficient and rational management and use of Quebec's forest. In cooperation with several Quebec agencies, scientists at LFRC work at solving major forestry problems and develop methods to improve and to protect the forest environment.

In the province of Quebec, CFS's program consists of three major elements: forest resources research, forest protection research, and forest development. Most of the research is undertaken in response to the needs of forest management agencies, with the aim of improving the protection, growth, and quality of the region's forest resource. The results of this research are distributed to potential users through scientific and technical reports and other publications.

Tree and bole standard volume tables for yellow birch (*Betula alleghaniensis*, Britton) and American beech (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) for the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region, Quebec

S. Popovich

Information report LAU-X-66E
1985

Laurentian Forest Research Centre
Canadian Forestry Service

Additional copies are available at no charge from:
Laurentian Forest Research Centre
Canadian Forestry Service
1055, rue du P.E.P.S.
Sainte-Foy, Quebec
G1V 4C7

Catalog No. Fo46-18/66E
ISBN 0-662-14142-3
ISSN 0703-2196

©Minister of Supply and Services Canada, 1985

Aussi disponible en français sous le titre:
"Tarifs de cubage généraux pour les arbres et les troncs du bouleau jaune (*Betula alleghaniensis* , Britton) et du hêtre à grandes feuilles (*Fagus grandifolia* , Ehrh.) pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, au Québec".

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT	iii
RÉSUMÉ	iii
INTRODUCTION	1
DATA	1
METHODS	3
Bole volume	3
Bole volume table construction	5
Tree volume	9
Tree volume table construction	10
ACCURACY	11
ACKNOWLEDGEMENTS	11
REFERENCES	11
Appendix 1	13
Table 1. Distribution of sample yellow birch trees by diameter and height classes	15
Table 2. Distribution of sample American beech trees by diameter and height classes	16
Table 3. Bole volume (m^3) inside bark for yellow birch	17
Table 4. Total volume (m^3) inside bark for yellow birch (stumps and crowns included)	18
Table 5. Bole volume (m^3) outside bark for yellow birch	19
Table 6. Total volume (m^3) outside bark for yellow birch (stumps and crowns included)	20
Table 7. Bole volume (m^3) inside bark for American beech	21
Table 8. Total volume (m^3) inside bark for American beech (stumps and crowns included)	22
Table 9. Bole volume (m^3) outside bark for American beech	23
Table 10. Total volume (m^3) outside bark for American beech (stumps and crowns included)	24

ABSTRACT

From 491 yellow birch trees and 548 American beech trees sampled (half felled and half measured by the Barr and Stroud dendrometer) standard bole and tree volume tables were constructed for both species for the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region, Quebec.

Four standard volume tables for each species, distinguishing between bole and tree volumes outside and inside bark, are presented. These tables are exceptionally accurate, with an error rate ranging between plus or minus 5.9 and 9.8 percent of the true value 95 percent of the time.

RÉSUMÉ

À partir des données recueillies sur 491 arbres de bouleau jaune et 548 hêtres à grandes feuilles, dont environ 50 % furent mesurés sur des parterres de coupe et le reste à l'aide du dendromètre Barr et Stroud, des tarifs de cubage généraux furent établis pour les arbres et les troncs de ces deux espèces pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, au Québec.

L'étude présente quatre tarifs de cubage généraux pour chacune de ces espèces établis grâce aux méthodes qui prennent séparément les volumes des arbres et des troncs avec écorce et sans écorce. La précision de ces tarifs est particulièrement bonne avec un taux d'erreur se situant entre plus ou moins 5,9 et 9,8 % de la réalité pour 95 % du temps.

INTRODUCTION

Yellow birch (*Betula alleghaniensis*, Britton) and American beech (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) are not only a characteristic constituent of, but, along with sugar maple (*Acer saccharum*, Marsh.), compose the dominant forest cover of hardwood stands in the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region (Rowe 1972). These two species are often associated with other forest species in small private woodlots. Private woodlots supply simultaneously forest industry needs as well as society's energy requirements, implying the need for the complete use of the felled tree.

American beech is used for widely differing purposes, from parquet blocks to railway ties, while yellow birch, considered the most valuable Eastern Canadian hardwood species (Hosie 1969), finds its application in the manufacture of furniture, veneer and plywood, and parquet flooring. Therefore, the Quebec government is very interested in the optimal use of yellow birch, in order to establish a range of products as functions of lumber quality (Larrivée 1981). Of all the merchantable or mature populations of standing material in Quebec, 23 percent is represented by hardwoods; yellow birch and sugar maple form a substantial fraction of this total volume (Lussier 1976).

Accordingly, construction of volume tables for yellow birch and American beech were constructed. As in a previous study (Popovich 1983), these tables are constructed separately giving total volume and bole volume outside and inside bark for that part of the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region situated in Quebec.

DATA

The data used in the construction of these tables came from trees of differing ages harvested from various places and from different types of forest cover in the forest sections of Quebec (Figure 1): Algonquin-Pontiac

(L.4.b); (2) Upper St. Lawrence (L.2); (3) Eastern Townships (L.5); and (4) Middle St. Lawrence (L.3) of the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region (Rowe 1972).

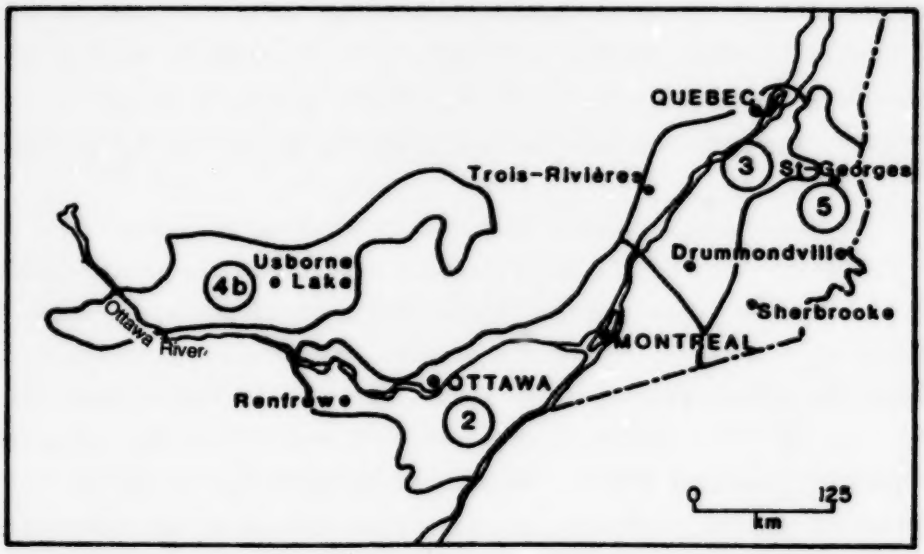

Figure 1. Map of the Great Lakes - Saint Lawrence Forest Region, Quebec, Sections (L.4.b) (L.2) (L.5) (L.3)

Four hundred and ninety-one yellow birch and 548 American beech were available for this analysis (Tables 1 and 2). Of these, 232 yellow birch (47.3%) and 304 American beech (55.5%) were felled for commercial or silvicultural purposes. The Barr and Stroud dendrometer was used to measure 259 (52.7%) yellow birch and 244 (44.5%) American beech. For each tree the following measurements were recorded: total height and height of bole to the closest decimetre; and diameters, outside and inside bark, at breast height (dbh), at the stump (d_0), at 5 percent ($d_{0.05}$), then at every tenth of the bole height to the nearest centimetre. For the 259 and 244 standing yellow

birch and American beech, diameter inside bark was measured at breast height only with a Pressler's borer.

The branches of the crown were measured on 105 and 226 felled yellow birch and American beech. Each primary and secondary branch with a minimum diameter of 2 cm at the small end was measured outside and inside bark at the mid-point of each one metre length.

METHODS

Bole volume

The first step to construct yellow birch and American beech bole standard volume tables was to express, according to Honer and Alemdag (1972): (a) the diameter inside bark as a function of the diameter outside bark for all trees (standing trees included); and (b) the height of the bole[1] as a function of the total height of each tree.

These functional relationships were solved by linear regressions and their coefficients were determined by the least-squares method.

Thus for (a)

Yellow birch

$$d.i.b. = -0.07689 + 0.94884\ d \qquad (1)$$

$N = 687$ $\quad Sy.x = 1.38$ cm

American beech

$$d.i.b. = -0.09747 + 0.97124\ d \qquad (2)$$

$N = 188$ $\quad Sy.x = 0.32$ cm

---

1 Bole height is the distance between soil level and the base of the crown, that is, the height of the stem of the tree without branches. The base of the crown is the position at which the first branches, dead or alive, are found.

where

d.i.b. = diameter inside bark
d = diameter outside bark
N = number of sample trees
Sy.x = standard error of the estimate

and for (b)

Yellow birch

$$h_{(b)} = 0.80701 + 0.49639\ h \qquad (3)$$

N = 491 Sy.x = 1.20 m

American beech

$$h_{(b)} = 1.92030 + 0.42359\ h \qquad (4)$$

N = 548 Sy.x = 1.29 m

where

$h_{(b)}$ = bole height
h = total height of tree
N = number of sample trees
Sy.x = standard error of the estimate

Using the linear regressions (1) and (2) through which the thickness of the bark for sampled standing trees was computed, the true volume of the bole of each individual tree, yellow birch or American beech, outside and inside bark, was calculated by the Golovatchev (1967) formula, as used by Popovich (1972 and 1983).

$$V = \left(\frac{\pi d^2_{0.05}}{4} + \frac{\pi d^2_{0.1}}{8} + \frac{\pi d^2_{0.2}}{4} + \ldots \frac{\pi d^2_{0.9}}{4} \right) \cdot \frac{h_{(b)}}{10} \qquad (5)$$

V = actual volume of bole

$d_{0.05}$; $d_{0.1}$ .... $d_{0.9}$ = diameter at 5, 10, ... 90% of the bole height $h_{(b)}$

$h_{(b)}$ = bole height.

The normal bole form quotients $(q_{0.5})^2$ and normal bole form factors $(f_{0.1})^3$ were obtained for each sample tree outside and inside bark, from the following formulas:

a) $$\frac{d^2_{0.5}}{d^2_{0.1}} = q^2_{0.5/0.1} \qquad (6)$$

b) $$f_{0.1} = \frac{q^2_{0.05} + \frac{q^2_{0.1}}{2} + q^2_{0.2} + \ldots q^2_{0.9}}{10} \qquad (7)$$

$d_{0.1}$; $d_{0.5}$; = diameter at 10%; 50% of bole height

$q_{0.05}$; $q_{0.1}$; ..... $q_{0.9}$ = normal bole form quotients of each of the sections at 5, 10, ... 90% of bole height.

Bole volume table construction

Only the necessary elements for constructing volume tables based on the normal form factor are presented. The construction method of bole form tables based on the normal bole form factor was described by Popovich (1972) and Popovich and Forgues (1973).

The three linear regressions needed for the construction of volume tables by this method were calculated for the sample trees of each species, in order to establish the relations existing between dbh and $d_{0.1}$; dbh and $d_{0.5}$; and $q_{0.5}$ $(d_{0.5}/d_{0.1})$ and $f_{0.1}$ (the normal form factor).

---

2 The normal bole form quotient is the ratio between diameter at one-half bole or stem height and diameter at one-tenth height of the same bole.

3 The normal bole form factor is defined as the ratio between the volume of a bole or stems and the volume of a cylinder of equal height, with reference diameter taken at one-tenth bole height (Popovich 1972).

These regressions are:

a) Yellow birch inside bark

$$\overline{d_{0.1}}\ (\text{i.b.}) = 1.08530 + 0.94238 \cdot \overline{dbh} \qquad (8)$$
N = 491 Sy.x = 1.06 cm

$$\overline{d_{0.3}}\ (\text{i.b.}) = 1.37321 + 0.77155 \cdot \overline{dbh} \qquad (9)$$
N = 491 Sy.x = 2.02 cm

$$\overline{f_{0.1}}\ (\text{i.b.}) = -0.18616 + 1.07725 \cdot \overline{q_{0.3}}\ (\text{i.b.}) \qquad (10)$$
N = 491 Sy.x = 0.0256

b) Yellow birch outside bark

$$\overline{d_{0.1}} = 1.02605 + 1.00133 \cdot \overline{dbh} \qquad (11)$$
N = 491 Sy.x = 1.07 cm

$$\overline{d_{0.3}} = 1.30088 + 0.82299 \cdot \overline{dbh} \qquad (12)$$
N = 491 Sy.x = 2.11 cm

$$\overline{f_{0.1}} = -0.18274 + 1.07392 \cdot \overline{q_{0.3}} \qquad (13)$$
N = 491 Sy.x = 0.0253

c) American beech inside bark

$$\overline{d_{0.1}}\ (\text{i.b.}) = 1.10860 + 0.95601 \cdot \overline{dbh} \qquad (14)$$
N = 548 Sy.x = 1.67 cm

$$\overline{d_{0.3}}\ (\text{i.b.}) = 0.86900 + 0.82766 \cdot \overline{dbh} \qquad (15)$$
N = 548 Sy.x = 1.46 cm

$$\overline{f_{0.1}}\ (\text{i.b.}) = -0.20333 + 1.10185 \cdot \overline{q_{0.3}}\ (\text{i.b.}) \qquad (16)$$
N = 548 Sy.x = 0.025 cm

d) American beech outside bark

$$\overline{d_{0.1}} = 0.64943 + 1.00424 \cdot \overline{dbh} \qquad (17)$$
$$N = 548 \qquad Sy.x = 0.93 \text{ cm}$$

$$\overline{d_{0.3}} = 0.97016 + 0.85303 \cdot \overline{dbh} \qquad (18)$$
$$N = 548 \qquad Sy.x = 1.75 \text{ cm}$$

$$\overline{f_{0.1}} = -0.20059 + 1.09920 \cdot \overline{q_{0.3}} \qquad (19)$$
$$N = 548 \qquad Sy.x = 0.025$$

$\overline{d_{0.1}}$ (i.b.) and $\overline{d_{0.3}}$ (i.b.) = mean diameter at 10% and 50% of the height of boles inside bark

$\overline{d_{0.1}}$ and $\overline{d_{0.3}}$ = mean diameter at 10% and 50% of the height of boles outside bark

$\overline{dbh}$ = mean diameter, breast height, outside bark

$\overline{f_{0.1}}$ (i.b.) = mean normal bole form factor of boles inside bark

$\overline{f_{0.1}}$ = mean normal bole form factor of boles outside bark

$\overline{q_{0.3}}$ (i.b.) = mean normal bole form quotient of boles inside bark

$\overline{q_{0.3}}$ = mean normal bole form quotient of boles outside bark

N = number of sample trees
Sy.x = standard error of estimate

To obtain the mathematical expressions that give bole volume in cubic metres, the normal bole form quotient ($\overline{q_{0.3}}$), the normal bole form

factor ($\overline{f_{0.1}}$), the parameter F (the ratio between $\overline{q_{0.5}}$ and $\overline{f_{0.1}}$), and the parameter A (A = π: 4F) were calculated for each species outside and inside bark.

These mean coefficients and parameters are:

a) Yellow birch

	inside bark	outside bark
$\overline{q_{0.5}}$	0.833	0.836
$\overline{f_{0.1}}$	0.711	0.715
F	1.172	1.169
A	0.670	0.672

b) American beech

	inside bark	outside bark
$\overline{q_{0.5}}$	0.863	0.861
$\overline{f_{0.1}}$	0.748	0.746
F	1.154	1.154
A	0.681	0.681

These elements being available, the formulas used for the construction of the bole volume tables (Tables 3, 5, 7, and 9) can be introduced.

Thus, for example, the formula for the yellow birch may be calculated as follows:

$$V = A \cdot \overline{q_{0.5}} \cdot (\overline{d_{0.1}})^2 \cdot h_{(b)} \qquad (20)$$

$$V = 0.670 \cdot 0.833 \cdot (1.08530 + 0.94238\ dbh)^2 \cdot h_{(b)} \qquad (21)$$

$$V = 0.558\ (1.08530 + 0.94238\ dbh)^2 \cdot h_{(b)} \qquad (22)$$

On solving this last formula (22) the final formula, shown in Table 3, bole volume (m^3) inside bark, of yellow birch, is obtained.

Tree volume

The volume of an entire tree in this study is the sum of the volumes of the bole and the branches of the crown.

$$V = V_{(b)} + V_{(Br.)} \qquad (23)$$

V = volume of total tree
$V_{(b)}$ = bole volume
$V_{(Br.)}$ = volume of the crown branches

The volume of all primary and secondary branches measurable in section lengths of 1 m was calculated by Huber's formula (Husch 1963). The apparent volume of irregular branches was measured. This volume (including bark) was converted into cubic metres taking into account that one stere equals 0.20 m^3 (Baur in Emrovic 1949).

The constant form factor formula (Spurr 1952) was used to estimate the volume of branches for each sample tree.

$$V_{(Br.)} = aD^2H \qquad (24)$$

$V_{(Br.)}$ = volume of branches

D = diameter breast height
H = total height of the tree, and
a = constant

Thus the formulas for estimating the volumes of the branches of yellow birch and of American beech, outside and inside bark, become:

a) Yellow birch

$$V_{(Br.)} = 0.086398 \cdot D^2H \qquad (25)$$

$$V_{(Br.\ outside\ bark)} = 0.104662 \cdot D^2H \qquad (26)$$

b) American beech

$$V_{(Br.)} = 0.117077 \cdot D^2H \qquad (27)$$

$$V_{(Br.\ outside\ bark)} = 0.126773 \cdot D^2H \qquad (28)$$

$V_{(Br.)}$ = volume of branches inside bark

$V_{(Br.\ outside\ bark)}$ = volume of branches outside bark

On adding the bole volume to that of the branches, outside and inside bark, calculated from formulas (25), (26), (27), and (28), the total volumes for 491 yellow birch and 548 American beech were obtained. The accuracy of formulas (25) and (27) were estimated according to Freeze's test (1960). Thus, the chi-squared (χ^2) values expressed as a percentage at the 0.05 probability level are respectively 6.6 percent for yellow birch and 9.8 percent for beech. The estimated values are within plus or minus 6.6 percent and 9.8 percent of the true values in 95 percent of the cases.

Tree volume table construction

Since tree height and diameter (dbh) are the two independent variables used in practically all volume tables (Spurr 1952, Husch 1963), volume, as a dependent variable, was expressed as a function of these two variables. Hence, the same type of equation as formula (24) was used to construct the total tree volume tables, stump and branches included.

ACCURACY

The limits of accuracy for each volume table are given, calculated by Freeze's method (1960). The limits are expressed as a percentage at the 5 percent probability level.

For tables 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, and 10, the blocks indicate the extent of the basic data on which the chi-square tests were performed. For the data used in constructing the tables, the estimates of the volumes in the tables are within plus or minus P percent of the true volume e.g., the estimates of bole cubic volume (m^3) inside bark for yellow birch in the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region are within plus or minus 7.7 percent of actual volume 95 percent of the time.

ACKNOWLEDGEMENTS

I wish to express my sincere thanks to the following companies and organizations, whose generous collaboration facilitated the collection of the data for the construction of these volume tables: Consolidated-Bathurst Inc., James MacLaren Industries Inc., CIP Inc., Domtar Inc., and, particularly, the Quebec Department of Energy and Resources, and Transport Canada.

REFERENCES

Enrovic, B. 1949. Dendrometrija [Dendrometry] [In Serbo-Croatian] Mali sumarsko technicki prirucnik (I) Zagreb, Yugoslavia.

Freeze, F. 1960. Testing Accuracy. For. Sci. 6:139-145.

Golovatchev, A.S. 1967. Novii sposob sastavlenia obiomnih tablitz drevesnih stvolov. [A new method for constructing volume tables] [In Russian] Lesnoi Zhurnal No. 5. Izvestia vischih zavedenii. Arhangel'sk. 64-70.

Honer, T.G.; Alemdag, I.S. 1972. Equations for estimating inside and outside bark diameters at breast height of eleven tree species from eastern and central Canada. Environ. Can., Can. For. Serv., For. Manag. Inst. FMR-X-48.

Hosie, R.C. 1969. Native Trees of Canada. Depart. Fish. For., Can. For. Serv., Queen's Printer, Ottawa, Ontario.

Husch, B. 1963. Forest mensuration and statistics. The Ronald Press Co. New York, N.Y.

Larrivée, F. 1981. Study of the optimal utilization of yellow birch. Quebec Department of Energy and Resources. Dir. Gen. Ottawa Reg.

Lussier, L.J. 1976. The forest management plan operation Quebec. Pulp Paper Canada. July 1976 issue.

Popovich, S. 1972. Total cubic volume table for white spruce plantations, Drummondville, Québec. Environ. Can., Can. For. Serv., Laurentian For. Res. Cent. Q-X-28.

Popovich, S. 1983. Sugar maple (*Acer saccharum*, Marsh.) true and bole standard volume tables. Environ. Can., Can. For. Serv., Laurentian For. Res. Cent. LAU-X-63.

Popovich, S.; Forgues, A. 1973. Volume tables for red pine plantations in Quebec. Environ. Can., Can. For. Serv., Laurentian For. Res. Cent. Q-X-39.

Rowe, J.S. 1972. The Forest Regions of Canada. Environ. Can., Can. For. Serv. Publ. 1300.

Spurr, S.H. 1952. Forest Inventory. The Ronald Press Co. New York, N.Y.

Appendix 1

Table 1. Distribution of sample yellow birch trees by diameter and height classes

dbh (cm)	Total height (m)																	Total dbh
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
15	1		4	15	10	10	3	3	2	2								50
20		2	5	9	9	12	6	5	10	3		1						62
25			2	6	8	16	12	14	7	7	6	3		1				82
30				3	3	11	18	13	13	3	4	4	2	1				75
35				2	4	1	12	15	16	11	7	2	5	2		1		78
40						8	9	11	12	12	8	5	6	3	1			75
45						2	1	4	5	6	4	8	6	7	1	1		45
50							1	2	3	1	3	2			3		2	17
55											1		1	1		1		4
60													1			1		2
65											1							1
Total (height)	1	2	11	35	34	60	62	67	68	45	34	25	21	15	5	4	2	491

Table 2. Distribution of sample American beech trees by diameter and height classes

dbh (cm)	Total height (m)																Total dbh
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
15	2	3	6	9	5	5	2		1	1								34
20			2	7	8	6	9	4	3	7	2	1	1					50
25			1	4	12	15	19	12	10	12	10	6	6	3	2			112
30				1	3	14	13	21	12	14	26	11	9	6	8	2		140
35					1	10	10	16	20	7	13	16	13	12	5	5	1	129
40						1	4	7	10	5	6	10	3	5	4	2		57
45						1	3	1	1	3	3	2	4	2	2	2		24
50											2							2
55																		-
60																		-
65																		-
Total (height)	2	3	9	21	29	52	60	61	57	49	62	46	36	28	21	11	1	548

Table 3. Bole volume (m^3) inside bark for yellow birch

dbh (cm)	Total height (m) 9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	Height of bole (m) 5.3	5.8	6.3	6.8	7.3	7.8	8.3	8.7	9.2	9.7	10.2	10.7	11.2
15	0.069	0.075	0.081	0.088	0.094	0.101	0.107	0.112	0.119	0.125			
20		0.129	0.140	0.151	0.162	0.173	0.184	0.192	0.204	0.215			
25			0.214	0.230	0.247	0.264	0.281	0.295	0.312	0.329	0.346	0.363	
30				0.327	0.351	0.375	0.399	0.418	0.442	0.466	0.491	0.515	0.539
35				0.440	0.473	0.505	0.538	0.563	0.596	0.628	0.661	0.693	0.725
40						0.655	0.697	0.730	0.772	0.814	0.856	0.898	0.940
45						0.823	0.876	0.918	1.056	0.942	1.077	1.129	1.182
50							1.076	1.128	1.193	1.258	1.323	1.387	1.452
55								1.359	1.437	1.516	1.594	1.672	1.750
60									1.705	1.798	1.890	1.983	2.075
65										2.103	2.212	2.320	2.429

N = 491 Accuracy at the 5% level, + or - 7.7%

$$V_{(b)} = \left(\frac{0.65725 + 1.14141\ (dbh) + 0.49555\ (dbh)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(b)}$$

Table 4. Total volume (m^3) inside bark for yellow birch
(stumps and crowns included)

dbh	Total height (m)												
(cm)	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
15	0.076	0.084	0.093	0.101	0.109	0.118	0.126	0.135	0.143	0.151			
20		0.150	0.165	0.180	0.195	0.209	0.224	0.239	0.254	0.269			
25			0.257	0.281	0.304	0.327	0.351	0.374	0.397	0.421	0.444	0.468	
30				0.404	0.438	0.471	0.505	0.539	0.572	0.606	0.640	0.673	0.707
35				0.550	0.596	0.642	0.687	0.733	0.779	0.825	0.871	0.916	0.962
40						0.839	0.898	0.958	1.017	1.077	1.137	1.197	1.257
45						1.060	1.136	1.212	1.288	1.363	1.439	1.515	1.591
50							1.403	1.496	1.590	1.683	1.777	1.870	1.964
55								1.810	1.924	2.037	2.150	2.263	2.376
60									2.289	2.424	2.559	2.693	2.828
65										2.845	3.003	3.161	3.319

N = 491 Accuracy at the 5% level, + or - 8.8%

$$V = 0.37407 \cdot \left(\frac{dbh}{100}\right)^2 \cdot h$$

Table 5. Bole volume (m^3) outside bark for yellow birch

dbh (cm)	Total height (m) 9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	Height of bole (m) 5.3	5.8	6.3	6.8	7.3	7.8	8.3	8.7	9.2	9.7	10.2	10.7	11.2
15	0.077	0.084	0.091	0.098	0.106	0.113	0.120	0.126	0.133	0.140			
20		0.144	0.157	0.169	0.182	0.194	0.207	0.217	0.229	0.242			
25			0.240	0.260	0.279	0.298	0.317	0.332	0.351	0.370	0.389	0.408	
30				0.369	0.396	0.423	0.450	0.472	0.499	0.526	0.553	0.580	0.607
35				0.497	0.534	0.570	0.607	0.636	0.673	0.709	0.746	0.782	0.819
40						0.740	0.787	0.825	0.873	0.920	0.967	1.015	1.062
45						0.931	0.991	1.038	1.098	1.158	1.218	1.277	1.337
50							1.218	1.276	1.350	1.423	1.496	1.570	1.643
55								1.539	1.627	1.716	1.804	1.893	1.981
60									1.931	2.036	2.140	2.245	2.350
65										2.383	2.506	2.628	2.751

N = 491 Accuracy at the 5% level, + or - 7.4%

$$V_{(b)} = \left(\frac{0.59166 + 1.15481\ (dbh) + 0.56350\ (dbh)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(b)}$$

Table 6. Total volume (m^3) outside bark for yellow birch
(stumps and crowns included)

dbh (cm)	Total height (m)												
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
15	0.086	0.095	0.105	0.114	0.124	0.133	0.143	0.152	0.162	0.171			
20		0.169	0.186	0.203	0.220	0.237	0.254	0.271	0.288	0.305			
25			0.291	0.317	0.344	0.370	0.396	0.423	0.449	0.476	0.502	0.529	0.555
30				0.457	0.495	0.533	0.571	0.609	0.647	0.685	0.723	0.761	0.799
35				0.622	0.674	0.725	0.777	0.829	0.881	0.933	0.984	1.036	1.088
40					0.880	0.947	1.015	1.083	1.150	1.218	1.286	1.353	1.421
45						1.199	1.285	1.370	1.456	1.542	1.627	1.713	1.799
50							1.586	1.692	1.797	1.903	2.009	2.115	2.220
55								2.047	2.175	2.303	2.431	2.559	2.687
60								2.436	2.588	2.741	2.893	3.045	3.197
65								2.859	3.038	3.216	3.395	3.574	3.752

N = 491 Accuracy at 5% level, + or - 8.7%

$$V = 0.42293 \cdot \left(\frac{dbh}{100}\right)^2 \cdot h$$

Table 7. Bole volume (m^3) inside bark for American beech

	Total height (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
dbh	Height of bole (m)												
(cm)	7.0	7.4	7.9	8.3	8.7	9.1	9.5	10.0	10.4	10.8	11.2	11.7	12.1
15	0.098	0.104	0.111	0.116	0.122	0.128	0.133						
20	0.168	0.178	0.190	0.200	0.209	0.219	0,229	0.241	0.250	0.260			
25	0.257	0.272	0.291	0.305	0.320	0.335	0.349	0.368	0.382	0.397	0.412	0.430	0.445
30		0.386	0.412	0.433	0.454	0.475	0.496	0.522	0.543	0.564	0.584	0.610	0.631
35			0.548	0.583	0.611	0.639	0.668	0.703	0.731	0.759	0.787	0.822	0.850
40				0.756	0.792	0.828	0.865	0.910	0.947	0.983	1.020	1.065	1.102
45				0.950	0.996	1.042	1.088	1.145	1.191	1.237	1.282	1.340	1.386
50					1.224	1.280	1.336	1.407	1.463	1.519	1.575	1.646	1.702
55						1.542	1.610	1.695	1.763	1.831	1.898	1.983	2.051
60							1.910	2.010	2.091	2.171	2.251	2.352	2.432
65							2.235	2.352	2.446	2.540	2.635	2.752	2.846

N = 548 Accuracy at 5% level, + or - 5.9%

$$V_{(b)} = \left(\frac{0.72265 + 1.24636\ (dbh) + 0.53741\ (dbh)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(b)}$$

Table 8. Total volume (m^3) inside bark for American beech (stumps and crowns included)

dbh (cm)	Total height (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
15	0.114	0.124	0.133	0.143	0.152	0.162	0.171						
20	0.203	0.220	0.236	0.253	0.270	0.287	0.304	0.321	0.338	0.355			
25	0.317	0.343	0.370	0.396	0.422	0.449	0.475	0.501	0.528	0.554	0.581	0.607	0.633
30	0.456	0.494	0.532	0.570	0.608	0.646	0.684	0.722	0.760	0.798	0.836	0.874	0.912
35			0.724	0.776	0.828	0.879	0.931	0.983	1.035	1.086	1.138	1.190	1.242
40				1.014	1.081	1.149	1.216	1.284	1.351	1.419	1.487	1.554	1.622
45				1.283	1.368	1.454	1.539	1.625	1.710	1.796	1.881	1.967	2.052
50					1.689	1.795	1.900	2.006	2.112	2.217	2.323	2.428	2.534
55						2.172	2.299	2.427	2.555	2.683	2.810	2.938	3.066
60							2.737	2.889	3.041	3.193	3.345	3.497	3.649
65							3.212	3.390	3.569	3.747	3.925	4.104	4.282

N = 548 Accuracy at 5% level, + or - 9.8%

$$V = 0.42231 \cdot \left(\frac{dbh}{100}\right)^2 \cdot h$$

Table 9. Bole volume (m^3) outside bark for American beech

dbh (cm)	Total height (m) 12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	Height of bole (m) 7.0	7.4	7.9	8.3	8.7	9.1	9.5	10.0	10.4	10.8	11.2	11.7	12.1
15	0.101	0.107	0.114	0.120	0.126	0.132	0.137	0.145	0.150	0.156	0.162		
20	0.176	0.186	0.199	0.209	0.219	0.229	0.239	0.252	0.262	0.272	0.282	0.295	
25	0.272	0.288	0.307	0.323	0.338	0.354	0.369	0.389	0.404	0.420	0.435	0.455	0.470
30	0.389	0.411	0.438	0.461	0.483	0.505	0.527	0.555	0.577	0.599	0.622	0.649	0.672
35		0.556	0.593	0.623	0.653	0.683	0.713	0.751	0.781	0.811	0.841	0.879	0.909
40		0.723	0.771	0.810	0.849	0.889	0.928	0.976	1.015	1.055	1.094	1.142	1.181
45			0.973	1.022	1.071	1.121	1.170	1.231	1.281	1.330	1.379	1.441	1.490
50			1.198	1.258	1.319	1.379	1.440	1.516	1.577	1.637	1.698	1.774	1.834
55						1.665	1.739	1.830	1.903	1.976	2.050	2.141	2.214
60							2.065	2.174	2.261	2.348	2.434	2.543	2.630
65							2.419	2.547	2.649	2.751	2.852	2.980	3.082

N = 548 Accuracy at the 5% level, + or - 7.2%

$$V_{(b)} = \left(\frac{0.24716 + 0.76436\ (dbh) + 0.59098\ (dbh)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(b)}$$

Table 10. Total volume (m^3) outside bark for American beech (stumps and crowns included)

dbh (cm)	Total height (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
15	0.122	0.132	0.142	0.152	0.162	0.172	0.182	0.192	0.203				
20	0.216	0.234	0.252	0.270	0.288	0.306	0.324	0.342	0.360	0.378			
25	0.338	0.366	0.394	0.422	0.450	0.479	0.507	0.535	0.563	0.591	0.619	0.647	0.676
30	0.486	0.527	0.567	0.608	0.649	0.689	0.730	0.770	0.811	0.851	0.892	0.932	0.973
35		0.717	0.772	0.828	0.883	0.938	0.993	1.048	1.103	1.159	1.214	1.269	1.324
40		0.937	1.009	1.081	1.153	1.225	1.297	1.369	1.441	1.513	1.585	1.657	1.729
45			1.277	1.368	1.459	1.550	1.642	1.733	1.824	1.915	2.006	2.098	2.189
50				1.689	1.802	1.914	2.027	2.139	2.252	2.365	2.477	2.590	2.702
55						2.316	2.452	2.589	2.725	2.861	2.997	3.134	3.270
60							2.919	3.081	3.243	3.405	3.567	3.729	3.891
65							3.425	3.616	3.806	3.996	4.186	4.377	4.567

N = 548 Accuracy at the 5% level, + or - 8.8%

$$V = 0.45039 \cdot \left(\frac{dbh}{100}\right)^2 \cdot h$$

Gouvernement du Canada
Government of Canada

Service canadien des forêts
Canadian Forestry Service

Tarifs de cubage généraux pour les arbres et les troncs du bouleau jaune (*Betula alleghaniensis*, Britton) et du hêtre à grandes feuilles (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, au Québec

S. Popovich

Rapport d'information LAU-X-66

Centre de recherches forestières des Laurentides

CENTRE DE RECHERCHES FORESTIÈRES DES LAURENTIDES

Le Centre de recherches forestières des Laurentides (CRFL) est un des six établissements régionaux du Service canadien des forêts (SCF). Le Centre poursuit des travaux de recherche et de développement pour un aménagement et une utilisation plus rationnels des ressources forestières du Québec. En collaboration avec divers groupes et organismes québécois, les chercheurs du CRFL visent à solutionner les problèmes majeurs en foresterie au Québec et à développer des méthodes acceptables pour l'amélioration et la sauvegarde de l'environnement forestier.

Au Québec, les activités du SCF portent sur trois éléments majeurs: la recherche dans le domaine des ressources forestières, la recherche dans le domaine de la protection et enfin, le développement forestier. La plupart des travaux sont entrepris pour répondre aux besoins des organismes intéressés à l'aménagement forestier, surtout dans le but d'améliorer la protection, la croissance et la qualité de la ressource forestière de la région. L'information est diffusée sous forme de rapports scientifiques, de feuillets techniques ou autres publications dans le but d'atteindre toutes les catégories d'utilisateurs des résultats de recherche.

LAURENTIAN FOREST RESEARCH CENTRE

The Laurentian Forest Research Centre (LFRC) is one of six regional establishments of the Canadian Forestry Service (CFS). The Centre's objective is to promote, through research and development, the most efficient and rational management and use of Quebec's forest. In cooperation with several Quebec agencies, scientists at LFRC work at solving major forestry problems and develop methods to improve and to protect the forest environment.

In the province of Quebec, CFS's program consists of three major elements: forest resources research, forest protection research, and forest development. Most of the research is undertaken in response to the needs of forest management agencies, with the aim of improving the protection, growth, and quality of the region's forest resource. The results of this research are distributed to potential users through scientific and technical reports and other publications.

Tarifs de cubage généraux pour les arbres et les troncs du bouleau jaune (*Betula alleghaniensis*, Britton) et du hêtre à grandes feuilles (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, au Québec

S. Popovich

Rapport d'information LAU-X-66
1985

Centre de recherches forestières des Laurentides
Service canadien des forêts

Des exemplaires vous sont offerts gratuitement au:
Centre de recherches foretières des Laurentides
Service canadien des forêts
1055, rue du P.E.P.S.
C.P. 3800
Sainte-Foy (Québec) G1V 4C7

N° de catalogue Fo46-18/66F
ISBN 0-662-93312-5
ISSN 0703-2196

©Ministère des Approvisionnements et Services Canada, 1985

Also available in English under the title:
"Tree and bole standard volume tables for yellow birch (*Betula alleghaniensis*, Britton) and American beech (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) for the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region, Quebec".

TABLE DES MATIÈRES

	Page
RÉSUMÉ	iii
ABSTRACT	iii
INTRODUCTION	1
DONNÉES	2
MÉTHODES	3
Volume du tronc	3
Construction des tarifs de cubage des troncs	5
Volume de l'arbre	9
Construction des tarifs de cubage des arbres	11
PRÉCISION	11
REMERCIEMENTS	11
RÉFÉRENCES	12
Annexe 1	13
Tableau 1. La distribution des arbres échantillons du bouleau jaune selon les classes de diamètre et de hauteur	15
Tableau 2. La distribution des arbres échantillons du hêtre à grandes feuilles selon les classes de diamètre et de hauteur	16
Tableau 3. Volume du tronc (m^3) sans écorce du bouleau jaune	17
Tableau 4. Volume total (m^3) sans écorce du bouleau jaune (Souches et houppiers inclus)	18
Tableau 5. Volume du tronc (m^3) avec écorce du bouleau jaune	19
Tableau 6. Volume total (m^3) avec écorce du bouleau jaune (Souches et houppiers inclus)	20
Tableau 7. Volume du tronc (m^3) sans écorce du hêtre à grandes feuilles	21
Tableau 8. Volume total (m^3) sans écorce du hêtre à grandes feuilles (Souches et houppiers inclus)	22
Tableau 9. Volume du tronc (m^3) avec écorce du hêtre à grandes feuilles	23
Tableau 10. Volume total (m^3) avec écorce du hêtre à grandes feuilles (Souches et houppiers inclus)	24

RÉSUMÉ

À partir des données recueillies sur 491 arbres de bouleau jaune et 548 hêtres à grandes feuilles, dont environ 50 % furent mesurés sur des parterres de coupe et le reste à l'aide du dendromètre Barr et Stroud, des tarifs de cubage généraux furent établis pour les arbres et les troncs de ces deux espèces pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, au Québec.

L'étude présente quatre tarifs de cubage généraux pour chacune de ces espèces établis grâce aux méthodes qui prennent séparément les volumes des arbres et des troncs avec écorce et sans écorce. La précision de ces tarifs est particulièrement bonne avec un taux d'erreur se situant entre plus ou moins 5,9 et 9,8 % de la réalité pour 95 % du temps.

ABSTRACT

From 491 yellow birch trees and 548 American beech trees sampled (half felled and half measured by the Barr and Stroud dendrometer) standard bole and tree volume tables were constructed for both species for the Great Lakes - St. Lawrence Forest Region, Quebec.

Four standard volume tables for each species, distinguishing between bole and tree volumes outside and inside bark, are presented. These tables are exceptionally accurate, with an error rate ranging between plus or minus 5.9 and 9.8 percent of the true value 95 percent of the time.

INTRODUCTION

Le bouleau jaune (*Betula alleghaniensis*, Britton) et le hêtre à grandes feuilles (*Fagus grandifolia*, Ehrh.) ne représentent pas seulement un constituant très caractéristique, mais composent, avec l'érable à sucre (*Acer saccharum*, Marsh.), le couvert forestier dominant des forêts de feuillus de la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent (Rowe 1972). De plus, ces deux espèces sont souvent associées avec d'autres essences forestières dans de petits boisés privés. Ces boisés privés devront subvenir simultanément aux nécessités de l'industrie forestière d'une part et aux besoins de la société en énergie impliquant l'utilisation complète de l'arbre abattu d'autre part.

Le hêtre à grandes feuilles est utilisé dans des buts très variés s'étendant des lames de parquet aux traverses de chemin de fer tandis que le bouleau jaune considéré comme l'essence dure la plus importante de l'Est canadien (Hosie 1969) trouve son application dans la fabrication de meubles, feuilles de placage et contreplaqués, lames de parquet etc. Ceci explique l'attention particulière portée par le gouvernement du Québec sur l'utilisation optimale du bouleau jaune, afin d'établir une grille de produits en fonction de la qualité des tiges (Larrivée 1981).

Il faut aussi tenir compte que 23 % du matériel sur pied relatif, de tous les peuplements exploitables ou arrivés à maturité au Québec, est représenté par des bois francs et parmi eux particulièrement le bouleau jaune et les érables qui forment un pourcentage très considérable de ce volume total (Lussier 1976).

En tenant compte des présentes considérations, une attention particulière a été apportée à la construction des tarifs de cubage pour le bouleau jaune et le hêtre à grandes feuilles qui font l'objet de cette étude. Comme dans une étude précédente (Popovich 1983), ces tarifs sont construits séparément où le volume total et le volume de tronc sont présentés avec et sans écorce, pour la partie de la région des Grands Lacs et du Saint-Laurent situé au Québec.

DONNÉES

Les données qui ont servi de base pour la construction des tarifs provenaient d'arbres d'âges différents recueillis à divers endroits et sous des couverts de divers types de forêts, dans les secteurs forestiers du Québec illustrés à la figure 1, soit: Algonquin-Pontiac (L.4.b); (2) le Haut Saint-Laurent (L.2); (3) les Cantons de l'Est (L.5); et (4) le Moyen Saint-Laurent (L.3) de la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent (Rowe 1972).

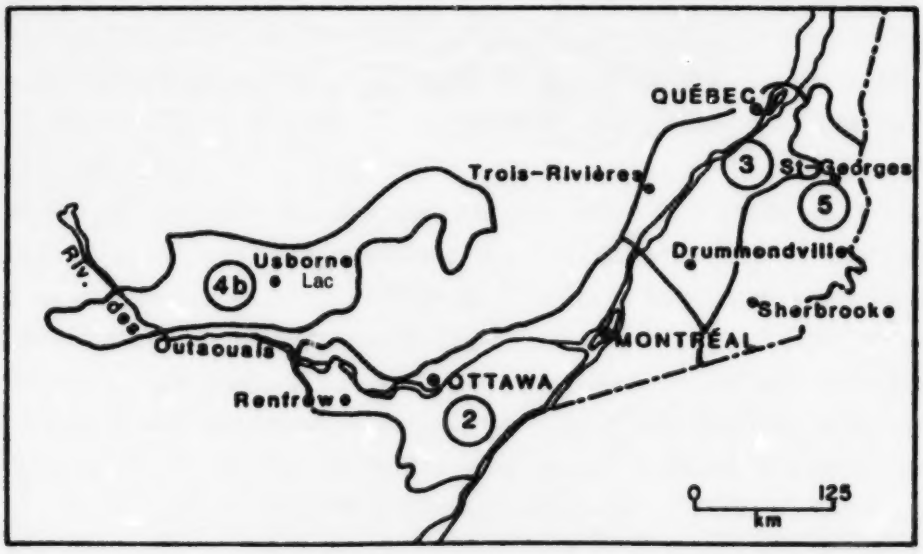

Figure 1. Carte de la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, Québec, Secteurs (L.4.b) (L.2) (L.5) (L.3)

Un total de 491 arbres de bouleau jaune et de 548 hêtres à grandes feuilles pouvaient servir aux fins de l'analyse (Tableaux 1 et 2). De ces arbres, 232 bouleaux jaunes (47,3 %) et 304 hêtres à grandes feuilles (55,5 %) étaient abattus pour des fins commerciales ou sylvicoles. De plus, le dendromètre Barr et Stroud a été utilisé pour mesurer 259 (52,7 %) bouleaux jaunes et 244 (44,5 %) hêtres à grandes feuilles. Pour chacun des arbres, les mesures suivantes furent recueillies: la hauteur totale de l'arbre et la hauteur du tronc au plus proche décimètre; les diamètres avec et sans

écorce, à hauteur de poitrine (d.h.p.), à la souche (d_0), à 5 % ($d_{0,05}$) puis à tous les dixièmes de la hauteur du tronc au centimètre près. Sur 259 et 244 arbres sur pied de bouleau jaune et de hêtre à grandes feuilles respectivement, la mesure du diamètre sans écorce s'est faite uniquement à hauteur de poitrine à l'aide d'une sonde de Pressler.

Les branches du houppier furent mesurées sur 105 bouleaux jaunes et sur 226 hêtres à grandes feuilles abattus. Ainsi, toutes les branches primaires et secondaires ayant le diamètre minimal de 2 cm au fin bout furent mesurées avec et sans écorce à la mi-section sur chacune des longueurs mesurables d'un mètre.

MÉTHODES

Volume du tronc

La première étape de la méthode que nous avons utilisée pour établir les tarifs de cubage généraux des arbres et des troncs du bouleau jaune et du hêtre à grandes feuilles consistait à exprimer selon Honer et Alemdag (1972), (a) le diamètre sans écorce en fonction du diamètre avec écorce pour tous les arbres (les arbres sur pied aussi) et (b) la hauteur du tronc[1] en fonction de la hauteur totale de chaque arbre.

Ces relations fonctionnelles furent obtenues par des régressions linéaires et leurs coefficients furent déterminés en utilisant la méthode des moindres carrés.

Par conséquent, pour (a)

Bouleau jaune

$$d.s.e. = -0,07689 + 0,94884\ d \qquad (1)$$

$N = 687$ $\qquad Sy.x = 1,38$ cm

---

1 La hauteur du tronc est la distance entre le niveau du sol et la base de la cime. La base de la cime est l'endroit où se trouvent les premières branches, mortes ou vivantes. Par hauteur du tronc, on entend la hauteur de la partie de la tige libre de branches.

Hêtre à grandes feuilles

$$d.s.e. = -0{,}09747 + 0{,}97124\ d \qquad (2)$$

N = 188 Sy.x = 0,32 cm

où

d.s.e. = diamètre sans écorce

d = diamètre avec écorce

N = nombre d'échantillons

Sy.x = erreur type de l'estimation

et pour (b)

Bouleau jaune

$$h_{(t)} = 0{,}80701 + 0{,}49639\ h \qquad (3)$$

N = 491 Sy.x = 1,20 m

Hêtre à grandes feuilles

$$h_{(t)} = 1{,}92030 + 0{,}42359\ h \qquad (4)$$

N = 548 Sy.x = 1,29 m

où

$h_{(t)}$ = hauteur du tronc

h = hauteur totale de l'arbre

N = nombre d'échantillons (arbres)

Sy.x = erreur type de l'estimation

À partir des régressions linéaires (1) et (2) qui ont servi à déterminer l'épaisseur de l'écorce des arbres sur pied, la formule de Golovatchev (1967), utilisé par Popovich (1972 et 1983) a permis le calcul du volume réel du tronc de chaque arbre, avec et sans écorce pour le bouleau jaune et le hêtre à grandes feuilles.

$$V = \left(\frac{\pi d^2_{0,0} + \pi d^2_{0,1}}{4} + \frac{\pi d^2_{0,1} + \pi d^2_{0,2}}{8} + \frac{\pi d^2_{0,2} + \pi d^2_{0,3}}{4} + \ldots \frac{\pi d^2_{0,9}}{4} \right) \cdot \frac{h_{(t)}}{10} \qquad (5)$$

V = volume réel du tronc

$d_{0,05}$; $d_{0,1}$ ..... $d_{0,9}$ = diamètre à 5, 10,..... 90 % de la hauteur du tronc $h_{(t)}$

$h_{(t)}$ = hauteur du tronc.

Les coefficients de décroissance réels $(q_{0,5})^2$ et de forme réels $(f_{0,1})^3$ furent obtenus, pour chaque arbre échantillon avec et sans écorce, par les formules suivantes:

a) $$\frac{d^2_{0,5}}{d^2_{0,1}} = q^2_{0,5\ /\ 0,1} \qquad (6)$$

b) $$f_{0,1} = \frac{q^2_{0,05} + \frac{q^2_{0,1}}{2} + q^2_{0,2} + \cdots q^2_{0,9}}{10} \qquad (7)$$

$d_{0,1}$; $d_{0,5}$ = diamètre à 10 %; 50 % de la hauteur du tronc

$q_{0,05}$; $q_{0,1}$; .... $q_{0,9}$ = les coefficients de décroissance réels de chacune des sections à 5, 10, ... 90 % de la hauteur du tronc.

Construction des tarifs de cubage des troncs

L'étude ne donne que les éléments essentiels pour construire les tarifs de cubage basés sur le coefficient de forme réel (normal form factor). La méthode de construction de tarifs de cubage, basée sur le coefficient de forme réel, a été décrite par Popovich (1972) et Popovich et Forgues (1973).

---

2 Le coefficient de décroissance réel est le rapport entre le diamètre à mi-hauteur du tronc et le diamètre à 10 % de la hauteur de ce même tronc.

3 Le coefficient de forme réel du tronc est le rapport entre le volume d'un tronc ou d'une tige et le volume d'un cylindre de même hauteur dont le diamètre de référence est égal au diamètre mesuré au dixième de la hauteur du tronc (Popovich 1972).

Les trois régressions linéaires, nécessaires à la construction des tarifs de cubage selon cette méthode, ont été calculées pour les arbres échantillons de chaque espèce, afin d'établir les relations qui existent entre le d.h.p. et $d_{0,1}$; d.h.p. et $d_{0,3}$ et $q_{0,3}$ $(d_{0,3}/d_{0,1})$ et $f_{0,1}$ (le coefficient de forme réel).

Ces régressions sont:

a) bouleau jaune sans écorce

$$\overline{d_{0,1}}(s.e.) = 1{,}08530 + 0{,}94238 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (8)$$

N = 491 Sy.x = 1,06 cm

$$\overline{d_{0,3}}(s.e.) = 1{,}37321 + 0{,}77155 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (9)$$

N = 491 Sy.x = 2,02 cm

$$\overline{f_{0,1}}(s.e.) = -0{,}18616 + 1{,}07725 \cdot \overline{q_{0,3}}(s.e.) \qquad (10)$$

N = 491 Sy.x = 0,0256

b) bouleau jaune avec écorce

$$\overline{d_{0,1}} = 1{,}02605 + 1{,}00133 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (11)$$

N = 491 Sy.x = 1,07 cm

$$\overline{d_{0,3}} = 1{,}30088 + 0{,}82299 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (12)$$

N = 491 Sy.x = 2,11 cm

$$\overline{f_{0,1}} = -0{,}18274 + 1{,}07392 \cdot \overline{q_{0,3}} \qquad (13)$$

N = 491 Sy.x = 0,0253

c) hêtre à grandes feuilles sans écorce

$$\overline{d_{0,1}}(s.e.) = 1{,}10860 + 0{,}95601 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (14)$$

N = 548 Sy.x = 1,67 cm

$$\overline{d_{0,5}}(s.e.) = 0{,}86900 + 0{,}82766 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (15)$$

N = 548 Sy.x = 1,46 cm

$$\overline{f_{0,1}}(s.e.) = -0{,}20333 + 1{,}10185 \cdot \overline{q_{0,5}}\ (s.e.) \qquad (16)$$

N = 548 Sy.x = 0,025 cm

d) hêtre à grandes feuilles avec écorce

$$\overline{d_{0,1}} = 0{,}64943 + 1{,}00424 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (17)$$

N = 548 Sy.x = 0,93 cm

$$\overline{d_{0,5}} = 0{,}97016 + 0{,}85303 \cdot \overline{d.h.p.} \qquad (18)$$

N = 548 Sy.x = 1,75 cm

$$\overline{f_{0,1}} = -0{,}20059 + 1{,}09920 \cdot \overline{q_{0,5}} \qquad (19)$$

N = 548 Sy.x = 0,025

$\overline{d_{0,1}}(s.e.)$ et $\overline{d_{0,5}}(s.e.)$ = diamètre moyen à 10 % et 50 % de la hauteur des troncs sans écorce

$\overline{d_{0,1}}$ et $\overline{d_{0,5}}$ = diamètre moyen à 10 % et 50 % de la hauteur des troncs avec écorce

$\overline{d.h.p.}$ = diamètre moyen à hauteur de poitrine avec écorce

$\overline{f_{0,1}}(s.e.)$ = coefficient de forme réel moyen des troncs sans écorce

$\overline{f_{0,1}}$ = coefficient de forme réel moyen des troncs avec écorce

$\overline{q_{0,5}}$(s.e.) = coefficient de décroissance réel moyen des troncs sans écorce

$\overline{q_{0,5}}$ = coefficient de décroissance réel moyen des troncs avec écorce

N = nombre d'échantillons (arbres)

Sy.x = erreur type de l'estimation

Pour obtenir les expressions mathématiques qui donnent les volumes des troncs en mètres cubes, le coefficient de décroissance réel moyen ($\overline{q_{0,5}}$) le coefficient de forme réel moyen ($\overline{f_{0,1}}$); le paramètre F (le rapport entre $\overline{q_{0,5}}$ et $\overline{f_{0,1}}$) et le paramètre A (A = π: 4F) ont été calculés pour chaque espèce avec et sans écorce.

Ces coefficients moyens et paramètres sont:

a) bouleau jaune

	sans écorce	avec écorce
$\overline{q_{0,5}}$	0,833	0,836
$\overline{f_{0,1}}$	0,711	0,715
F	1,172	1,169
A	0,670	0,672

b) hêtre à grandes feuilles

	sans écorce	avec écorce
$\overline{q_{0,5}}$	0,863	0,861
$\overline{f_{0,1}}$	0,748	0,746
F	1,154	1,154
A	0,681	0,681

Ces éléments permettent de présenter les formules utilisées pour la construction des tarifs de cubage des troncs (tableaux 3, 5, 7 et 9).

Ainsi, par exemple, la formule pour le bouleau jaune se calcule comme suit:

$$V = A.\overline{q_{0,3}} \cdot (\overline{d_{0,1}})^2 \cdot h_{(t)} \qquad (20)$$

$$V = 0{,}670 \cdot 0{,}833 \cdot (1{,}08530 + 0{,}94238\ d.h.p.)^2 \cdot h_{(t)} \qquad (21)$$

$$V = 0{,}558\ (1{,}08530 + 0{,}94238\ d.h.p.)^2 \cdot h_{(t)} \qquad (22)$$

En résolvant cette dernière formule (22) on obtient la formule finale qui est présentée au tableau 3 sous le titre "Volume du tronc (m^3) sans écorce du bouleau jaune".

Volume de l'arbre

Dans cette étude, le volume d'un arbre tout entier est la somme des volumes du tronc et des branches du houppier.

$$V = V_{(t)} + V_{(Br.)} \qquad (23)$$

V = volume total de l'arbre

$V_{(t)}$ = volume du tronc

$V_{(Br.)}$ = Volume des branches du houppier

Le volume de toutes les branches primaires et secondaires furent mesurées par longueur d'un mètre selon la formule de Huber (Husch 1963). La masse des branchages irréguliers fut mesurée en volume apparent. Ce volume (écorce incluse) fut converti en mètres cubes en considérant qu'un mètre apparent est égal à 0,20 m^3 (Baur dans Emrovic 1949).

Le volume des branches pour chaque arbre échantillon fut estimé en utilisant l'équation du coefficient de forme constante (Spurr 1952).

$$V_{(Br.)} = aD^2H \qquad (24)$$

$V_{(Br.)}$ = volume des branches

D = diamètre à hauteur de poitrine

H = hauteur totale de l'arbre et

a = constante

Ainsi les formules pour estimer les volumes des branches du bouleau jaune et du hêtre à grandes feuilles, avec et sans écorce, deviennent:

a) Bouleau jaune

$$V_{(Br.)} = 0{,}086398 \cdot D^2H \qquad (25)$$

$$V_{(Br.a.e.)} = 0{,}104662 \cdot D^2H \qquad (26)$$

b) Hêtre à grandes feuilles

$$V_{(Br.)} = 0{,}117077 \cdot D^2H \qquad (27)$$

$$V_{(Br.a.e.)} = 0{,}126773 \cdot D^2H \qquad (28)$$

$V_{(Br.)}$ = Volume des branches sans écorce

$V_{(Br.a.e.)}$ = Volume des branches avec écorce

En ajoutant au volume du tronc celui des branches, avec et sans écorce, calculés aux formules 25, 26, 27 et 28, les volumes totaux pour 491 bouleaux jaunes et 548 hêtres à grandes feuilles ont été obtenus. La précision des formules (25 et 27) fut estimée selon le test de Freeze (1960). Ainsi, les khi-deux (χ^2) valeurs, exprimées en pourcentage et au niveau de

probabilité de 0,05 sont respectivement de 6,6 % pour le bouleau jaune et 9,8 % pour le hêtre. Ce qui veut dire que les valeurs estimées sont plus ou moins 6,6 et 9,8 % près de la valeur réelle dans 95 % des cas.

Construction des tarifs de cubage des arbres

Comme le diamètre (d.h.p.) et la hauteur de l'arbre sont les deux variables indépendantes utilisées dans presque tous les tarifs de cubage (Spurr 1952; Husch 1963), le volume, devenant variable dépendante, a été exprimé ici en fonction de ces deux variables. Par conséquent, on a utilisé le même type d'équation que pour la formule (24) dans le cas de la construction des tarifs de cubage généraux des arbres, souche et branches incluses.

PRÉCISION

Les limites de la précision sont données pour chaque tarif de cubage des arbres et des troncs. Ces limites de précision furent calculées selon la méthode de Freeze (1960). Les limites sont exprimées en pourcentage au niveau de probabilité de 5 %.

Pour les tableaux 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10, les blocs indiquent l'étendue des données de base sur lesquelles portaient les tests du khi-deux, Pour les données utilisées dans la construction des tarifs, les estimations du cubage par les tarifs se situent à plus ou moins P % du cubage réel; ainsi, les estimations du volume du tronc sans écorce (en m^3) du bouleau jaune pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent se situe à plus ou moins 7,7 % du volume réel pour 95 % du temps.

REMERCIEMENTS

Je désire exprimer mes sincères remerciements aux sociétés et organismes suivants, dont la généreuse collaboration a facilité la collecte des données en vue de l'établissement de ces tarifs de cubage: Consolidated-Bathurst Inc., James MacLaren Industries Inc., CIP Inc., Domtar Inc. et, en particulier, le ministère de l'Énergie et des Ressources du Gouvernement du Québec et le Ministère des Transports du Canada.

RÉFÉRENCES

Emrovic, B. 1949. Dendrometrija [Dendrometry] [En serbo-croate] Mali sumarsko technicki prirucnik (I) Zagreb, Yougoslavie.

Freeze, F. 1960. Testing Accuracy. For. Sci. 6:139-145.

Golovatchev, A.S. 1967. Novii sposob sastavlenia obiomnih tablitz drevesnih stvolov. [En russe] [Une nouvelle méthode pour la construction des tarifs de cubage]. Lesnoi Zhurnal No. 5. Izvestia vischih zavedenii. Arhangel'sk. 64-70.

Honer, T.G.; Alemdag, I.S. 1972. Equations for estimating inside and outside bark diameters at breast height of eleven tree species from eastern and central Canada. Environ. Can., Can. For. Serv., Forest Manag. Inst. FMR-X-48.

Hosie, R.C. 1969. Les arbres indigènes du Canada. Minist. Pêches For., Serv. Can. For., Imprimeur de la Reine. Ottawa, Ont.

Husch, B. 1963. Forest Mensuration and Statistics. The Ronald Press Co. New York, N.Y.

Larrivée, F. 1981. Étude d'utilisation optimale du bouleau jaune. Qué. Minist. Énergie Ressources. Dir. Gén. Rég. Outaouais.

Lussier, L.J. 1976. The forest management plan operation Quebec. Pulp Paper Canada. July 1976 issue.

Popovich, S. 1972. Total cubic volume table for white spruce plantations, Drummondville, Québec. Environ. Can., Serv. Can. For., Cent. Rech. For. Laurentides. Q-X-28.

Popovich, S. 1983. Tarifs de cubage généraux pour les arbres et les troncs d'érable à sucre (*Acer saccharum*, Marsh.) pour la région forestière des Grands Lacs et du Saint-Laurent, au Québec Environ. Can., Serv. Can. For., Cent. Rech. For. Laurentides. LAU-X-63F.

Popovich, S.; Forgues, A. 1973. Tarifs de cubage pour les plantations de pin rouge au Québec. Environ. Can., Serv. Can. For., Cent. Rech. For. Laurentides. Q-F-X-39.

Rowe, J.S. 1972. Les régions forestières du Canada. Minist. Environ., Serv. Can. For. 1300f.

Spurr, S.H. 1952. Forest Inventory. The Ronald Press Co. New York, N.Y.

Annexe 1

Tableau 1. La distribution des arbres échantillons du bouleau jaune selon les classes de diamètre et de hauteur

d.h.p. (cm)	Hauteur totale (m)																	Total des d.h.p.
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
15	1		4	15	10	10	3	3	2	2								50
20		2	5	9	9	12	6	5	10	3		1						62
25			2	6	8	16	12	14	7	7	6	3		1				82
30				3	3	11	18	13	13	3	4	4	2	1				75
35				2	4	1	12	15	16	11	7	2	5	2		1		78
40						8	9	11	12	12	8	5	6	3	1			75
45						2	1	4	5	6	4	8	6	7	1	1		45
50							1	2	3	1	3	2			3		2	17
55											1		1	1		1		4
60													1			1		2
65											1							1
Total des h	1	2	11	35	34	60	62	67	68	45	34	25	21	15	5	4	2	491

Tableau 2. La distribution des arbres échantillons du hêtre à grandes feuilles selon les classes de diamètre et de hauteur

d.h.p. (cm)	Hauteur totale (m)																	Total des d.h.p.
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
15	2	3	6	9	5	5	2		1	1								34
20			2	7	8	6	9	4	3	7	2	1	1					50
25			1	4	12	15	19	12	10	12	10	6	6	3	2			112
30				1	3	14	13	21	12	14	26	11	9	6	8	2		140
35					1	10	10	16	20	7	13	16	13	12	5	5	1	129
40						1	4	7	10	5	6	10	3	5	4	2		57
45						1	3	1	1	3	3	2	4	2	2	2		24
50											2							2
55																		-
60																		-
65																		-
Total des h	2	3	9	21	29	52	60	61	57	49	62	46	36	28	21	11	1	548

Tableau 3. Volume du tronc (m^3) sans écorce du bouleau jaune

	Hauteur totale (m)												
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
d.h.p.	Hauteur du tronc (m)												
(cm)	5,3	5,8	6,3	6,8	7,3	7,8	8,3	8,7	9,2	9,7	10,2	10,7	11,2
15	0,069	0,075	0,081	0,088	0,094	0,101	0,107	0,112	0,119	0,125			
20		0,129	0,140	0,151	0,162	0,173	0,184	0,192	0,204	0,215			
25			0,214	0,230	0,247	0,264	0,281	0,295	0,312	0,329	0,346	0,363	
30				0,327	0,351	0,375	0,399	0,418	0,442	0,466	0,491	0,515	0,539
35				0,440	0,473	0,505	0,538	0,563	0,596	0,628	0,661	0,693	0,725
40						0,655	0,697	0,730	0,772	0,814	0,856	0,898	0,940
45						0,823	0,876	0,918	1,056	0,942	1,077	1,129	1,182
50							1,076	1,128	1,193	1,258	1,323	1,387	1,452
55								1,359	1,437	1,516	1,594	1,672	1,750
60									1,705	1,798	1,890	1,983	2,075
65										2,103	2,212	2,320	2,429

N = 491 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 7,7 %

$$V_{(t)} = \left(\frac{0{,}65725 + 1{,}14141\ (d.h.p.) + 0{,}49555\ (d.h.p.)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(t)}$$

Tableau 4. Volume total (m^3) sans écorce du bouleau jaune
(Souches et houppiers inclus)

d.h.p. (cm)	Hauteur totale (m)												
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
15	0,076	0,084	0,093	0,101	0,109	0,118	0,126	0,135	0,143	0,151			
20		0,150	0,165	0,180	0,195	0,209	0,224	0,239	0,254	0,269			
25			0,257	0,281	0,304	0,327	0,351	0,374	0,397	0,421	0,444	0,468	
30				0,404	0,438	0,471	0,505	0,539	0,572	0,606	0,640	0,673	0,707
35				0,550	0,596	0,642	0,687	0,733	0,779	0,825	0,871	0,916	0,962
40						0,839	0,898	0,958	1,017	1,077	1,137	1,197	1,257
45						1,060	1,136	1,212	1,288	1,363	1,439	1,515	1,591
50							1,403	1,496	1,590	1,683	1,777	1,870	1,964
55								1,810	1,924	2,037	2,150	2,263	2,376
60									2,289	2,424	2,559	2,693	2,828
65										2,845	3,003	3,161	3,319

N = 491 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 8,8 %

$$V = 0{,}37407 \cdot \left(\frac{d.h.p.}{100}\right)^2 \cdot h$$

Tableau 5. Volume du tronc (m³) avec écorce du bouleau jaune

	Hauteur totale (m)												
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
d.h.p.	Hauteur de tronc (m)												
(cm)	5,3	5,8	6,3	6,8	7,3	7,8	8,3	8,7	9,2	9,7	10,2	10,7	11,2
15	0,077	0,084	0,091	0,098	0,106	0,113	0,120	0,126	0,133	0,140			
20		0,144	0,157	0,169	0,182	0,194	0,207	0,217	0,229	0,242			
25			0,240	0,260	0,279	0,298	0,317	0,332	0,351	0,370	0,389	0,408	
30				0,369	0,396	0,423	0,450	0,472	0,499	0,526	0,553	0,580	0,607
35				0,497	0,534	0,570	0,607	0,636	0,673	0,709	0,746	0,782	0,819
40						0,740	0,787	0,825	0,873	0,920	0,967	1,015	1,062
45						0,931	0,991	1,038	1,098	1,158	1,218	1,277	1,337
50							1,218	1,276	1,350	1,423	1,496	1,570	1,643
55								1,539	1,627	1,716	1,804	1,893	1,981
60									1,931	2,036	2,140	2,245	2,350
65										2,383	2,506	2,628	2,751

N = 491 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 7,4 %

$$V_{(t)} = \left(\frac{0,59166 + 1,15481\ (d.h.p.) + 0,56350\ (d.h.p.)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(t)}$$

Tableau 6. Volume total (m^3) avec écorce du bouleau jaune
(Souches et houppiers inclus)

d.h.p. (cm)	Hauteur totale (m)												
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
15	0,086	0,095	0,105	0,114	0,124	0,133	0,143	0,152	0,162	0,171			
20		0,169	0,186	0,203	0,220	0,237	0,254	0,271	0,288	0,305			
25			0,291	0,317	0,344	0,370	0,396	0,423	0,449	0,476	0,502	0,529	0,555
30				0,457	0,495	0,533	0,571	0,609	0,647	0,685	0,723	0,761	0,799
35				0,622	0,674	0,725	0,777	0,829	0,881	0,933	0,984	1,036	1,088
40					0,880	0,947	1,015	1,083	1,150	1,218	1,286	1,353	1,421
45						1,199	1,285	1,370	1,456	1,542	1,627	1,713	1,799
50							1,586	1,692	1,797	1,903	2,009	2,115	2,220
55								2,047	2,175	2,303	2,431	2,559	2,687
60								2,436	2,588	2,741	2,893	3,045	3,197
65								2,859	3,038	3,216	3,395	3,574	3,752

N = 491 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 8,7 %

$$V = 0{,}42293 \cdot \left(\frac{d.h.p.}{100}\right)^2 \cdot h$$

Tableau 7. Volume du tronc (m^3) sans écorce du hêtre à grandes feuilles

	Hauteur totale (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
d.h.p.	Hauteur de tronc (m)												
(cm)	7,0	7,4	7,9	8,3	8,7	9,1	9,5	10,0	10,4	10,8	11,2	11,7	12,1
15	0,098	0,104	0,111	0,116	0,122	0,128	0,133						
20	0,168	0,178	0,190	0,200	0,209	0,219	0,229	0,241	0,250	0,260			
25	0,257	0,272	0,291	0,305	0,320	0,335	0,349	0,368	0,382	0,397	0,412	0,430	0,445
30		0,386	0,412	0,433	0,454	0,475	0,496	0,522	0,543	0,564	0,584	0,610	0,631
35			0,548	0,583	0,611	0,639	0,668	0,703	0,731	0,759	0,787	0,822	0,850
40				0,756	0,792	0,828	0,865	0,910	0,947	0,983	1,020	1,065	1,102
45				0,950	0,996	1,042	1,088	1,145	1,191	1,237	1,282	1,340	1,386
50					1,224	1,280	1,336	1,407	1,463	1,519	1,575	1,646	1,702
55						1,542	1,610	1,695	1,763	1,831	1,898	1,983	2,051
60							1,910	2,010	2,091	2,171	2,251	2,352	2,432
65							2,235	2,352	2,446	2,540	2,635	2,752	2,846

N = 548 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 5,9 %

$$V_{(t)} = \left(\frac{0{,}72265 + 1{,}24636\ (d.h.p.) + 0{,}53741\ (d.h.p.)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(t)}$$

Tableau 8. Volume total (m^3) sans écorce du hêtre à grandes feuilles
(Souches et houppiers inclus)

d.h.p. (cm)	Hauteur totale (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
15	0,114	0,124	0,133	0,143	0,152	0,162	0,171						
20	0,203	0,220	0,236	0,253	0,270	0,287	0,304	0,321	0,338	0,355			
25	0,317	0,343	0,370	0,396	0,422	0,449	0,475	0,501	0,528	0,554	0,581	0,607	0,633
30	0,456	0,494	0,532	0,570	0,608	0,646	0,684	0,722	0,760	0,798	0,836	0,874	0,912
35			0,724	0,776	0,828	0,879	0,931	0,983	1,035	1,086	1,138	1,190	1,242
40				1,014	1,081	1,149	1,216	1,284	1,351	1,419	1,487	1,554	1,622
45				1,283	1,368	1,454	1,539	1,625	1,710	1,796	1,881	1,967	2,052
50					1,689	1,795	1,900	2,006	2,112	2,217	2,323	2,428	2,534
55						2,172	2,299	2,427	2,555	2,683	2,810	2,938	3,066
60							2,737	2,889	3,041	3,193	3,345	3,497	3,649
65							3,212	3,390	3,569	3,747	3,925	4,104	4,282

N = 548 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 9,8 %

$$V = 0{,}42231 \cdot \left(\frac{d.h.p.}{100}\right)^2 \cdot h$$

Tableau 9. Volume du tronc (m^3) avec écorce du hêtre à grandes feuilles

	Hauteur totale (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
d.h.p.	Hauteur du tronc (m)												
(cm)	7,0	7,4	7,9	8,3	8,7	9,1	9,5	10,0	10,4	10,8	11,2	11,7	12,1
15	0,101	0,107	0,114	0,120	0,126	0,132	0,137	0,145	0,150	0,156	0,162		
20	0,176	0,186	0,199	0,209	0,219	0,229	0,239	0,252	0,262	0,272	0,282	0,295	
25	0,272	0,288	0,307	0,323	0,338	0,354	0,369	0,389	0,404	0,420	0,435	0,455	0,470
30	0,389	0,411	0,438	0,461	0,483	0,505	0,527	0,555	0,577	0,599	0,622	0,649	0,672
35		0,556	0,593	0,623	0,653	0,683	0,713	0,751	0,781	0,811	0,841	0,879	0,909
40		0,723	0,771	0,810	0,849	0,889	0,928	0,976	1,015	1,055	1,094	1,142	1,181
45			0,973	1,022	1,071	1,121	1,170	1,231	1,281	1,330	1,379	1,441	1,490
50			1,198	1,258	1,319	1,379	1,440	1,516	1,577	1,637	1,698	1,774	1,834
55						1,665	1,739	1,830	1,903	1,976	2,050	2,141	2,214
60							2,065	2,174	2,261	2,348	2,434	2,543	2,630
65							2,419	2,547	2,649	2,751	2,852	2,980	3,082

N = 548 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 7,2 %

$$V_{(t)} = \left(\frac{0,24716 + 0,76436\ (d.h.p.) + 0,59098\ (d.h.p.)^2}{10\ 000} \right) \cdot h_{(t)}$$

Tableau 10. Volume total (m^3) avec écorce du hêtre à grandes feuilles
(Souches et houppiers inclus)

d.h.p. (cm)	Hauteur totale (m)												
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
15	0,122	0,132	0,142	0,152	0,162	0,172	0,182	0,192	0,203				
20	0,216	0,234	0,252	0,270	0,288	0,306	0,324	0,342	0,360	0,378			
25	0,338	0,366	0,394	0,422	0,450	0,479	0,507	0,535	0,563	0,591	0,619	0,647	0,676
30	0,486	0,527	0,567	0,608	0,649	0,689	0,730	0,770	0,811	0,851	0,892	0,932	0,973
35		0,717	0,772	0,828	0,883	0,938	0,993	1,048	1,103	1,159	1,214	1,269	1,324
40		0,937	1,009	1,081	1,153	1,225	1,297	1,369	1,441	1,513	1,585	1,657	1,729
45			1,277	1,368	1,459	1,550	1,642	1,733	1,824	1,915	2,006	2,098	2,189
50				1,689	1,802	1,914	2,027	2,139	2,252	2,365	2,477	2,590	2,702
55						2,316	2,452	2,589	2,725	2,861	2,997	3,134	3,270
60							2,919	3,081	3,243	3,405	3,567	3,729	3,891
65							3,425	3,616	3,806	3,996	4,186	4,377	4,567

N = 548 Précision au niveau de 5 %. Pourcentage + ou - 8,8 %

$$V = 0{,}45039 \cdot \left(\frac{d.h.p.}{100}\right)^2 \cdot h$$